



پایه یازدهم تجربی

آزمون های شبیه ساز امتحانات نهایی ماز



تسلط بر نیم سال اول



دفترچه سؤال

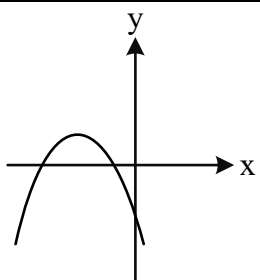
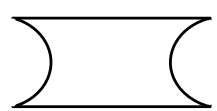
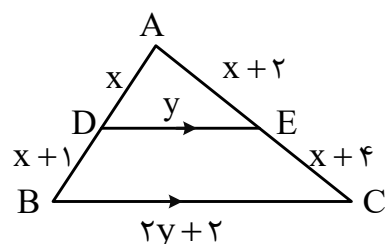
دوره زودبست دی ماه

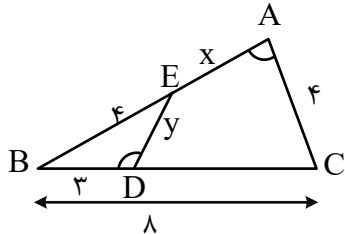
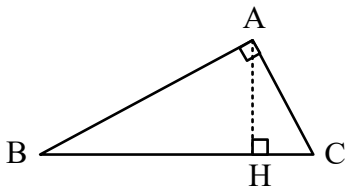
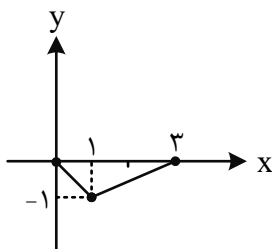
بسته جامع آمادگی نیم سال اول

بودجه آزمون: فصل ۱ تا ۳

ردیف	درس	تعداد صفحه	زمان پاسخگویی
۱	ریاضی ۲	۲	۱۲۰ دقیقه

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه آرای، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می شود.

سؤالات آزمون شبیه ساز نهایی درس: ریاضی ۲		پایه: یازدهم		رشته: علوم تجربی		تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴					
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع:		نام و نام خانوادگی:					
آزمون شبیه ساز امتحان نهایی				گروه آموزشی ماز							
ردیف		سؤالات (پاسخ برگ دارد)						نمره			
۱		درستی و نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) خطوط $L: 4x - 6y = 3$ و $L': 6x - 9y = 5$ با هم موازی اند. ب) هر نقطه که از دو سر یک پاره خط به فاصله یکسان باشد، روی نیم سازه آن پاره خط قرار دارد. پ) هر تابع درجه دوم یک به یک هست. ت) ضابطه وارون تابع $f(x) = 2x + 1$ به صورت $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$ است.						۱			
۲		جاهای خالی را با عبارت های مناسب کامل کنید. الف) قرینه نقطه $A(1, 2)$ نسبت به نقطه $B(-1, 4)$ ، نقطه است. ب) در سهمی مقابل با ضابطه $y = ax^2 + bx + c$ ، علامت $a \times b \times c$ است. پ) اگر تساوی $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{\lambda+b}$ برقرار باشد، آن گاه نسبت $\frac{a}{b}$ برابر است. ت) اگر $x \notin \mathbb{Z}$ ، آن گاه حاصل عبارت $[x] + [-x]$ برابر است.								۱	
۳		اگر $A(2, -1)$ و $B(4, 7)$ دو سر یک پاره خط باشند، معادله عمود منصف پاره خط AB را بنویسید.						۱			
۴		یکی از اضلاع مربعی بر خط $y = 3x + 2$ واقع است. اگر $A(5, 1)$ یکی از رأس های مربع باشد، مساحت مربع را به دست آورید.						۱			
۵		معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن $\frac{3-\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$ باشند.						۰/۷۵			
۶		از زمینی به شکل مستطیل، دو نیم دایره مطابق شکل برداشته ایم. اگر محیط این زمین ۸ متر باشد، ابعاد مستطیل را طوری تعیین کنید که مساحت زمین حداکثر مقدار ممکن گردد.								۱/۲۵	
۷		برای انجام کاری، اگر طاه و یاسین با هم کار کنند می توانند در ۱۲ ساعت کار را تمام کنند. اگر سرعت کار طاه سه برابر یاسین باشد، یاسین به تنهایی در چند ساعت کار را تمام می کند؟						۱/۲۵			
۸		معادله زیر را حل کنید.						۱			
۹		در شکل زیر، $DE \parallel BC$ می باشد. مقادیر x و y را محاسبه کنید.								۲	
		صفحه ۱ از ۲									

سؤالات آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: ریاضی ۲		پایه: یازدهم		رشته: علوم تجربی		تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۴			
تعداد صفحه: ۲		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع:		نام و نام‌خانوادگی:			
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی				گروه آموزشی ماز					
ردیف		سؤالات (پاسخ‌برگ دارد)						نمره	
۱۰		در شکل زیر، $\hat{A} = \hat{BDE}$ است. مقادیر x و y را به‌دست آورید.						۲	
									
۱۱		در مثلث قائم‌الزاویه زیر، اندازه پاره‌خط‌های خواسته شده را به‌دست آورید.						۱/۵	
		$AC=5$, $CH=2$, $BC=?$ $AH=?$, $AB=?$							
۱۲		آیا دو تابع $f(x) = \frac{x^2-4}{x-3}$ و $g(x) = x+2$ برابر هستند؟ چرا؟						۰/۷۵	
۱۳		نمودار تابع $g(x) = 2[x] + 1$ را در بازه $[-1, 2]$ رسم کنید.						۱	
۱۴		در تابع $f = \{(-1, 4), (b, 2), (3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a)\}$ مقادیر a و b را طوری به‌دست آورید که تابع f یک‌به‌یک باشد.						۱/۲۵	
۱۵		اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = \frac{2x-4}{x-3}$ باشند: الف) دامنه و ضابطه تابع $\frac{f}{g}$ را به‌دست آورید. ب) مقدار $(2f + 3g)(5)$ را بیابید.						۲	
۱۶		در شکل روبه‌رو، نمودار $y = f(x)$ رسم شده است. الف) تابع $g(x) = -2f(x) + 1$ را رسم کنید. ب) دامنه و برد تابع $g(x)$ را به‌دست آورید.						۱/۲۵	
									
۲۰		موفق باشید.							
		صفحه ۲ از ۲							



پایه یازدهم تجربی

آزمون‌های شبیه‌ساز امتحانات نهایی ماز



تسلط بر نیم سال اول



پاسخبرگ ریاضی ۲

دوره زودبست دی ماه

بسته جامع آمادگی نیم سال اول

برای شباهت حداکثری به امتحانات نهایی، صفحه‌آرایی، فونت و حتی اندازه متن در تمامی آزمون‌های تشریحی ماز، کاملاً یکسان با استاندارد امتحانات نهایی در نظر گرفته می‌شود.

ساعت شروع:	رشته: علوم تجربی	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبیه‌ساز نهایی درس: ریاضی ۲
تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ‌برگ	نمره
۱	الف) ب) پ) ت)	۱
۲	الف) ب) پ) ت)	۱
۳		۱
۴		۱
۵		۰/۷۵
۶		۱/۲۵

ساعت شروع:	رشته: علوم تجربی	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبیه ساز نهایی درس: ریاضی ۲
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبیه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۷		۱/۲۵
۸		۱
۹		۲
۱۰		۲
۱۱		۱/۵

ساعت شروع:	رشته: علوم تجربی	تعداد صفحه: ۴	آزمون شبیه ساز نهایی درس: ریاضی ۲
تاریخ آزمون: دی ماه ۱۴۰۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	پایه یازدهم	نام و نام خانوادگی:
گروه آموزشی ماز		آزمون شبیه ساز امتحان نهایی	

ردیف	پاسخ برگ	نمره
۱۲		۰/۷۵
۱۳		۱
۱۴		۱/۲۵

ردیف	پاسخ برگ	نمره
------	----------	------

۲	(الف)	۱۵
	(ب)	
۱/۲۵	(الف)	۱۶
	(ب)	
۲۰	موفق باشید.	



پایه یازدهم تجربی

آزمون‌های شبیه‌ساز امتحانات نهایی ماز



تسلط بر نیم سال اول



دفترچه پاسخ

دوره زودبست دی ماه

بسته جامع آمادگی نیم سال اول

بودجه آزمون: فصل ۱ تا ۳

ویراستاران

ارسلان حسنوند - نرجس تیمناک
حمیدرضا ولی‌پور

طراحان

سیدجواد نظری - محدثه شیخعلی

درس

ریاضی ۲

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

مصحح شو:



پاسخ دقیق سؤال این جا میاد و اسمش روشه: «مصحح شو»، می خواد شما رو به یه مصحح حرفه‌ای و دقیق تبدیل کنه که بدونین موقع ارزیابی جواب‌هاتون باید حواستون به چی باشه تا توی آزمون‌های بعدی دقیق‌تر عمل کنین. اگه جواب یه سؤال رو بشه به شکل‌های مختلف بیان کرد، اون هم، این جا بهتون گفتیم.

بررسی دقیق‌تر:



اگه پاسخ کوتاه به سؤال کافی نباشه تا ببینین چطوری باید به جواب برسین، توی این بخش با بررسی دقیق‌تر جواب، سؤال رو براتون توضیح دادیم.

نقشه نهایی:



امتحان نهایی قوانین و قواعد خاص خودش رو داره؛ شما باید بدونین تیپ‌های رایج سؤال‌های امتحان نهایی چیه و باید چطوری بهش جواب بدین. این کادر، مشاوره حرفه‌ای ماست به شما تا فوت و فن‌های امتحان نهایی رو یاد بگیرین.

۲۰ شو:



توی «۲۰ شو»، مبحث هر سؤال رو براتون مرور یا جمع‌بندی کردیم؛ «۲۰ شو» و درسنامه‌هاش دقیقاً فاصله بین نمره خوب و نمره ۲۰ رو براتون پر می‌کنه.

نکته طلایی:



با وجود «۲۰ شو»، که کلی درسنامه مفصل داره، باز هم اگه نکته مهم و مفیدی بود، توی این کادر براتون آوردیم.

تیم اجرایی و تولید آزمون

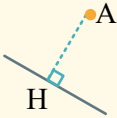
مرضیه بنیانی	یگانه پوراابراهیم	زهره جعفری	فائزه زارع
محدثه شیخ علی	محدثه عربگری	ساره محمدعلی نسب	زینب مرتضوی

سرپرست آزمون: ارمغان قریب

یک تیم با بیش از ۵۰۰ نفر در حال کار هستن تا آزمون‌های ماز با حداکثر کیفیت حاضر بشن و به شما کمک کنن و مسیر موفقیت رو براتون ساده‌تر کنن. همیشه از نظرات و کامنت‌های خوبتون انرژی می‌گیریم. مرسی که همراهمون هستین.

دکتر رسول خنجری

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضی ۲		رشته: علوم تجربی
دوره دوم متوسطه - یازدهم	تاریخ آزمون: دی‌ماه ۱۴۰۴	ساعت شروع:
آزمون شبیه‌ساز امتحان نهایی		گروه آموزشی ماز
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	مصحح شو الف) درست (۰.۲۵) (صفحه ۹) ب) نادرست (۰.۲۵) (صفحه ۲۷) پ) نادرست (۰.۲۵) (صفحه ۶۳) ت) درست (۰.۲۵) (صفحه ۶۱) بررسی دقیق‌تر: الف) $\frac{2}{3}$ = شیب خط L' و $\frac{2}{3}$ = شیب خط L ت) $y = 2x + 1 \Rightarrow x = \frac{y-1}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2}$ سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۲ دقیقه مکان هندسی‌های مهم عمود منصف: مکان هندسی نقاطی که فاصله آن‌ها از دو سر پاره‌خط به یک اندازه باشد، عمودمنصف آن پاره‌خط است. نتیجه: مکان هندسی نقطه‌ای از مثلث که از تمام رئوس آن به یک فاصله باشد، نقطه تلاقی عمود منصف‌های آن مثلث می‌باشد. نیمساز: مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشند، نیمساز آن زاویه است. نتیجه: مکان هندسی نقطه‌ای از مثلث که از تمام اضلاع آن مثلث به یک فاصله باشد، نقطه تلاقی نیمسازهای آن مثلث می‌باشد. ضابطه تابع وارون ۱- به‌دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع خطی غیرثابت: برای به‌دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع خطی غیرثابت مانند f، در معادله $y = f(x)$، x را برحسب y محاسبه می‌کنیم. سپس با جابه‌جا کردن y و x، ضابطه تابع $f^{-1}(x)$ را به‌دست می‌آوریم. ۲- اگر نقطه (a, b) روی نمودار تابع f قرار داشته باشد، در این صورت نقطه (b, a) روی نمودار تابع f^{-1} قرار دارد، به عبارت دیگر: $(a, b) \in f \Leftrightarrow (b, a) \in f^{-1}$	۱
۲	مصحح شو الف) $(-3, 6)$ (۰.۲۵) (صفحه ۹) ب) منفی (۰.۲۵) (صفحه ۱۷) پ) $\frac{5}{4}$ (۰.۲۵) (صفحه ۴۱) ت) -1 (۰.۲۵) (صفحه ۵۵) بررسی دقیق‌تر: الف) اگر قرینه نقطه A نسبت به B را پیدا کنیم و آن را A' بنامیم، B وسط AA' است، پس: $B = \frac{A + A'}{2} \Rightarrow A' = 2B - A = (-3, 6)$ ب) با توجه به نمودار سهمی، دهانه سهمی رو به پایین است، پس $a < 0$، شیب خط مماس بر سهمی در عرض از مبدأ، منفی بوده و در نتیجه $b < 0$. همچنین عرض از مبدأ منفی است، پس $c < 0$. نهایتاً: $a \times b \times c < 0$	۲

	(پ) $\frac{a}{10+a} = \frac{b}{8+b} \Rightarrow 10b + ab = 8a + ab \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه	
۳	مصحح شو ابتدا نقطه وسط پاره خط AB را به دست آورده و با توجه به این که شیب عمودمنصف عکس و قرینه شیب پاره خط AB است، مسئله را حل می‌کنیم: (صفحه ۹) $M = \frac{A+B}{2} = (3, 3) \quad (0.25)$ $m_{AB} = \frac{7-(-1)}{4-2} = 4 \Rightarrow m = -\frac{1}{4} \quad (0.25)$ و در نتیجه: $y = -\frac{1}{4}x + \frac{15}{4} \quad (0.25)$ سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه	
۴	مصحح شو نقطه A(5, 1) روی ضلع $y = 3x + 2$ قرار ندارد، پس با حساب کردن فاصله A از این ضلع، طول ضلع مربع مشخص می‌شود. (صفحه ۹) $y - 3x - 2 = 0 \text{ از } A \text{ فاصله: } \frac{ 1 - 15 - 2 }{\sqrt{1 + 3^2}} = \frac{16}{\sqrt{10}} = 1.6\sqrt{10} \quad (0.5)$ پس طول ضلع مربع همیشه $1.6\sqrt{10}$ و مساحت مربع: $S = \left(\frac{1}{5}\sqrt{10}\right)^2 = \frac{64}{25} \times \frac{1}{5} = \frac{128}{125} = 25/6 \quad (0.5)$ سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه فاصله نقطه از خط برای پیدا کردن فاصله نقطه A(x_A, y_A) از خط $ax + by + c = 0$، از رابطه زیر کمک می‌گیریم:  $AH = \frac{ ax_A + by_A + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	
۵	مصحح شو اگر ریشه‌های معادله درجه دوم $\frac{3-\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$ باشند، آن‌گاه: (صفحه ۱۳) $(0.25) S = \frac{3+\sqrt{2}}{2} + \frac{3-\sqrt{2}}{2} = 3, P = \left(\frac{3+\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{3-\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{7}{4} \quad (0.25)$	۰/۷۵

بنابراین به کمک رابطه $x^2 - Sx + P = 0$ معادله به صورت زیر نوشته می شود:

$$x^2 - 3x + \frac{7}{4} = 0 \text{ یا } 4x^2 - 12x + 7 = 0 \quad (0.25)$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه

مسیر تمرینی:

مشابه این سوال در سوال ۴ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ مطرح شده بود.

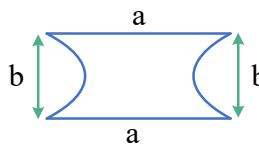
مصحح شو

زمین داده شده مثل مستطیلی است که یک دایره از آن برداشته شده باشد. (صفحه ۱۸)

$$\text{محیط} = 2a + 2\left(\frac{2\pi b}{2}\right) = 2a + \pi b \quad (0.25)$$

$$\Rightarrow 2a + \pi b = \lambda \Rightarrow a = \frac{\lambda - \pi b}{2}$$

$$\text{مساحت} = ab - \pi\left(\frac{b}{2}\right)^2 = ab - \pi\frac{b^2}{4} \quad (0.25)$$



و با جای گذاری $a = \frac{\lambda - \pi b}{2}$ در معادله مساحت، داریم:

$$\text{مساحت} = \left(\frac{\lambda - \pi b}{2}\right)b - \pi\frac{b^2}{4} = \frac{\lambda b}{2} - \frac{\pi b^2}{2} - \frac{\pi b^2}{4} = \frac{\lambda b}{2} - b^2\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\lambda b}{2} - \frac{3\pi b^2}{4} \quad (0.25)$$

که معادله حاصل، یک سهمی رو به پایین است، پس بیشترین مقدار در رأس آن رخ می دهد.

$$b = b_S = \frac{-\frac{\lambda}{2}}{-\frac{3\pi}{2}} = \frac{\lambda}{3\pi} \quad (0.25)$$

$$a = \frac{\lambda - \pi b}{2} = \frac{\lambda - \frac{\lambda}{3}}{2} = \frac{\frac{2\lambda}{3}}{2} = \frac{\lambda}{3} \quad (0.25)$$

و در نتیجه:

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۶ دقیقه

مصحح شو

فرض کنید طاها به تنهایی کار را در x ساعت و یاسین به تنهایی در y ساعت کار را انجام دهد. پس طاها در هر ساعت $\frac{1}{x}$ کار و یاسین $\frac{1}{y}$ کار را انجام می دهند و با توجه به این که دو نفری کار را در ۱۲ ساعت تمام می کنند، دو نفری در هر

$$\text{ساعت } \frac{1}{12} \text{ کار را انجام می دهند، پس: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \quad (صفحه ۲۳) \quad (0.25)$$

	حال طبق فرض $y = 3x$ (یاسین زمان بیشتری لازم دارد!) در نتیجه: $y = 3x, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{x} \left(1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{12}$ (۰.۲۵) (۰.۲۵) $\Rightarrow \frac{1}{x} \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{1}{12} \Rightarrow x = 12 \left(\frac{3}{4}\right) = 9 \Rightarrow y = 27$ (۰.۲۵) پس یاسین به تنهایی ۲۷ ساعت زمان نیاز دارد. (۰.۲۵) سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه نقشه نهایی: توی سوال‌های این بخش، معادله گویایی که می‌نویسید رو با مقدار کار انجام شده در هر واحد زمان بنویسید.	
۱	مصحح شو (صفحه ۲۳) روش اول: $\sqrt{x+3} + \frac{2}{\sqrt{x+3}} = 3 \Rightarrow \frac{x+3+2}{\sqrt{x+3}} = 3 \Rightarrow 3\sqrt{x+3} = x+5$ (۰.۲۵) طرفین به توان ۲ $\rightarrow 9(x+3) = x^2 + 10x + 25$ (۰.۲۵) $\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -2$ (۰.۲۵) (۰.۲۵) که هر دو جواب قابل قبول هستند. روش دوم: $\sqrt{x+3} = t \Rightarrow t + \frac{2}{t} = 3 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow t = 1, 2$ (۰.۲۵) (۰.۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+3} = 1 \Rightarrow x = -2 & (۰.۲۵) \\ \sqrt{x+3} = 2 \Rightarrow x = 1 & (۰.۲۵) \end{cases}$ سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه نقشه نهایی: چک کردن جواب‌های معادله گنگ رو هرگز یادت نره!	۸
۲	مصحح شو (صفحه ۴۱) $DE \parallel BC: \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ (۰.۲۵) (۰.۲۵) (۰.۲۵)	۹

$$\Rightarrow \frac{x}{2x+1} = \frac{x+2}{2x+6} = \frac{y}{2y+2} \quad (0.25)$$

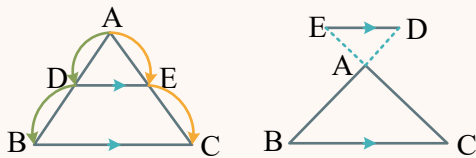
$$\Rightarrow \frac{x}{2x+1} = \frac{x+2}{2x+6} \Rightarrow 2x^2 + 6x = 2x^2 + 4x + x + 2 \Rightarrow x = 2 \quad (0.25)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{y}{2y+2} \Rightarrow 4y + 4 = 5y \Rightarrow y = 4 \quad (0.25)$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

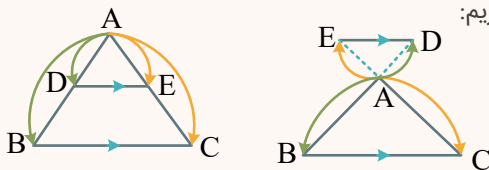
قضیه تالس و تعمیم آن

قضیه تالس: هرگاه در مثلثی، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند، روی آن دو ضلع (یا امتداد آن‌ها)، پاره‌خط‌هایی جدا می‌کند که اندازه آن‌ها تشکیل یک تناسب می‌دهند. این قضیه را اصطلاحاً تالس جزء به جزء می‌نامیم. به عبارت دیگر اگر در شکل‌های زیر DE با BC موازی باشد، داریم:



$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

تعمیم قضیه تالس: هرگاه خطی دو ضلع یک مثلث (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم مثلث موازی باشد، در این صورت مثلثی به وجود می‌آید که اندازه ضلع‌های آن با اندازه ضلع‌های مثلث اصلی متناسب است. این قضیه را اصطلاحاً تالس جزء به کل می‌نامیم. به عبارت دیگر، اگر در شکل‌های زیر DE با BC موازی باشد، داریم:



$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

مسیر تمرینی:

مشابه این سوال در سوال ۵ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ مطرح شده بود.

مصحح شو

با توجه به این که $\hat{A} = \hat{BDE}$ ، دو مثلث ABC و BDE متشابه‌اند: (صفحه ۴۵)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{BDE} \quad (0.25) \\ \hat{B} = \hat{B} \quad \text{مشترک} \quad (0.25) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle BDE \Rightarrow \frac{y}{4} = \frac{4}{8} = \frac{3}{x+4} \quad (0.25)$$

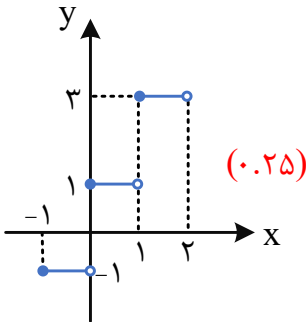
$$\Rightarrow 8y = 16 \Rightarrow y = 2 \quad (0.25)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{x+4} \Rightarrow x = 2 \quad (0.25)$$

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه

نقشه نهایی:

مشخص کردن زوایای برابر در مثلث‌های متشابه به نوشتن کسرهای تشابه هم کمک می‌کند! حتماً برای خودتون علامت بزنید.

۱/۵	مصحح شو $AC = ۵, CH = ۲ \Rightarrow AC^2 = CH \times BC \Rightarrow ۲۵ = ۲(BC) \Rightarrow BC = ۱۲/۵$ (۰.۲۵) (صفحه ۴۵) $AH^2 = BH \times CH \Rightarrow AH^2 = ۲(۱۲/۵ - ۲) = ۲۱ \Rightarrow AH = \sqrt{۲۱}$ (۰.۲۵) $AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = (۱۰/۵)(۱۲/۵) = \frac{۲۱}{۲} \times \frac{۲۵}{۲} \Rightarrow AB = \frac{۵}{۲}\sqrt{۲۱}$ (۰.۲۵) سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه	۱۱
۰/۷۵	مصحح شو برای بررسی کردن تساوی دو تابع، ابتدا برابری دامنه‌ها و سپس برابری ضابطه‌ها را بررسی می‌کنیم: (صفحه ۵۶) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ (۰.۲۵) $g(x) = x + 2 \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$ (۰.۲۵) چون $D_f \neq D_g$، پس دو تابع با هم برابر نیستند. (۰.۲۵) سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۳ دقیقه	۱۲
۱	مصحح شو برای رسم $y = 2[x] + 1$ با توجه به این که ضریب x، یک است، بازه‌ها رو به طول ۱ می‌شکنیم: (صفحه ۵۶) $[-۱, ۰): [x] = -۱ \Rightarrow y = 2[x] + 1 = 2(-۱) + 1 = -۱$ (۰.۲۵) $[۰, ۱): [x] = ۰ \Rightarrow y = 2[x] + 1 = 2(۰) + 1 = ۱$ (۰.۲۵) $[۱, ۲): [x] = ۱ \Rightarrow y = 2[x] + 1 = 2(۱) + 1 = ۳$ (۰.۲۵) نمودار تابع $y = 2[x] + 1$ روی بازه $[-۱, ۲)$:  (۰.۲۵) مسیر تمرینی: مشابه این سوال در سوال ۷ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ مطرح شده بود. نقشه نهایی: نمودار توابع براکتی به فرم $[ax + b]$ را باید با بازه‌بندی کردن رسم کنید. (بازه‌ها به طول $\frac{1}{ a }$ ضریب x)	۱۳

۱/۲۵	مصّحّ شو  برای آن که تابع یک‌به‌یک باشد، در صورت برابری مولفه‌های اول باید مولفه‌های دوم هم برابر باشند (شرط تابع بودن) و برای یک‌به‌یک بودن، باید به ازای مولفه‌های دوم تکراری، مولفه‌های اول نیز یکسان باشند. (صفحه ۶۴) $f = \{(-1, 4), (b, 2), (3, 2), (a, 5), (3, a^2 - a)\}$ با توجه به استدلال، باید: $\begin{cases} a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow a = -1, 2 & (0.25) \quad (0.25) \\ b = 3 & (0.25) \end{cases}$ که $a = -1$ غلطی زیرا اگر $a = -1$ باشد هر دو زوج مرتب $(-1, 4)$ و $(-1, 5)$ را داریم و f تابع نیست. (۰.۲۵) سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه  راهنمای مصحح:  اشاره به غلط بودن $a = -1$ بارم دارد!	۱۴
۲	مصّحّ شو  الف) (صفحه ۶۹) و در نتیجه: $\begin{cases} D_f : x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 & (0.25) \\ D_g : x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3 & (0.25) \end{cases} \Rightarrow D_f \cap D_g = [1, +\infty) - \{3\}$ $\Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = \left\{ x \in [1, +\infty) - \{3\} \mid \frac{2x-4}{x-3} \neq 0 \right\} = [1, +\infty) - \{2, 3\} \quad (0.25)$ $\frac{f}{g}(x) = \frac{\sqrt{x-1}(x-3)}{2x-4} \quad (0.25)$ ب) $(2f + 3g)(5) = 2f(5) + 3g(5) = 2(2) + 3\left(\frac{6}{2}\right) = 13 \quad (0.25)$ سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۵ دقیقه  دامنهٔ توابع گویا و توابع رادیکالی  * برای پیدا کردن دامنه توابع گویا به فرم $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ که در آن $P(x)$ و $Q(x)$ توابع چندجمله‌ای هستند، ریشه‌های عبارت مخرج کسر را (در صورت وجود) پیدا کرده و آن‌ها را از مجموعه اعداد حقیقی $(\mathbb{R})$ حذف می‌کنیم. به عبارت دیگر: $D_f = \mathbb{R} - \{x \mid Q(x) = 0\} = \mathbb{R} - \{\text{مخرج کسر}\}$	۱۵

* برای پیدا کردن دامنه توابع رادیکالی، با توجه به فرجه رادیکال داریم:
اگر فرجه رادیکال فرد باشد، دامنه تابع با دامنه عبارت زیر رادیکال برابر است. به عبارت دیگر، رادیکال فرجه فرد را نادیده می‌گیریم و فقط دامنه عبارت زیر رادیکال را به دست می‌آوریم.

$$f(x) = \sqrt[n]{g(x)} \Rightarrow D_f = D_g$$

اگر فرجه رادیکال زوج باشد، برای پیدا کردن دامنه تابع، مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

۱) دامنه عبارت زیر رادیکال را به دست می‌آوریم. (D_g)

۲) عبارت زیر رادیکال را بزرگتر یا مساوی صفر قرار می‌دهیم و مجموعه جواب آن را به دست می‌آوریم. $(g(x) \geq 0)$ ، دقت کنید که اگر رادیکال با فرجه زوج در مخرج کسر باشد، باید عبارت زیر رادیکال را بزرگتر از صفر بذاریم. شب معلومه درجه، مخرج کسر که نمی‌تونه صفر باشه!

$$f(x) = \sqrt[n]{g(x)} \Rightarrow D_f = \{x \mid x \in D_g, g(x) \geq 0\}$$

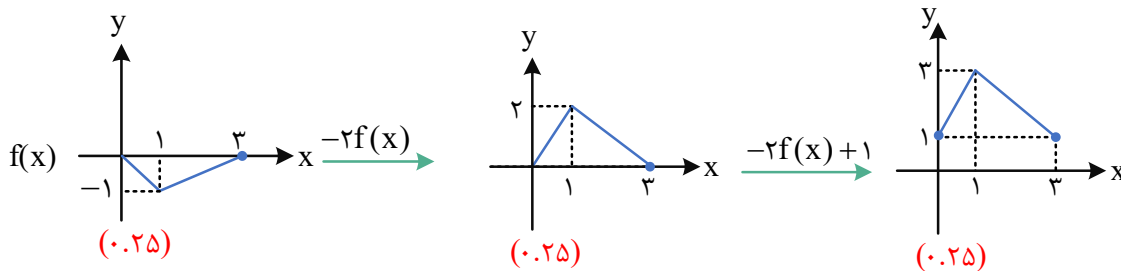
اعمال جبری روی توابع

اگر توابع f و g به ترتیب دو تابع با دامنه‌های D_f و D_g باشند، در این صورت جمع، تفریق، ضرب، تقسیم و ... این توابع را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

عملیات	ضابطه	دامنه
جمع	$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$	$D_{f+g} = D_f \cap D_g$
تفریق	$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$	$D_{f-g} = D_f \cap D_g$
ضرب	$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$	$D_{f \cdot g} = D_f \cap D_g$
تقسیم	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}; (g(x) \neq 0)$	$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$

مصطح شو

الف) برای رسم $g(x) = -2f(x) + 1$ از روی نمودار $f(x)$ ، ابتدا عرض نقاط $f(x)$ را در -2 ضرب و سپس نمودار را یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم: (صفحه ۶۹)



$$D_g = [0, 3], R_g = [1, 3]$$

ب) با توجه به نمودار رسم شده:

سبز بودی یا قرمز؟ بهترین زمان پاسخگویی برای این سوال: ۴ دقیقه

انتقال توابع:

نمودار جدید ($a > 0$)	توضیحات و نحوه رسم
$f(x+a)$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور x ها به سمت چپ منتقل می کنیم.
$f(x-a)$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور x ها به سمت راست منتقل می کنیم.
$f(x)+a$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور y ها به سمت بالا منتقل می کنیم.
$f(x)-a$	نمودار تابع f را به اندازه a واحد در راستای محور y ها به سمت پایین منتقل می کنیم.
$f(-x)$	نمودار تابع f را نسبت به محور y ها قرینه می کنیم.
$-f(x)$	نمودار تابع f را نسبت به محور x ها قرینه می کنیم.

نقشه نهایی:

رسم مراحل انتقال فراموشه نشه! یه وقت نیاین فقط جواب آخر رو بکشید که اینجا داستان فرق داره... هر چی بیشتر با جزئیات بنویسید عمل پسندیده تری انجام دادین!

۲۰

موفق باشید.